

## 1 تقديم

نشاط: أجب بصواب أو خطأ:

- العدد 471 يقبل القسمة على 3.
- العدد 2936 يقبل القسمة على 4.
- العدد 1682 يقبل القسمة على 25.

ملاحظات:

- يكون عدد صحيح طبيعي قابلاً للقسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه من مضاعفات العدد 3.
- يكون عدد صحيح طبيعي قابلاً للقسمة على 4 إذا كان العدد المكوّن من رقمي آحاده و عشراته قابلاً للقسمة على 4.
- يكون عدد صحيح طبيعي قابلاً للقسمة على 25 إذا كان العدد المكوّن من رقمي آحاده و عشراته قابلاً للقسمة على 25. ( 00 - 25 - 50 - 75 )
- يكون عدد صحيح طبيعي قابلاً للقسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه من مضاعفات العدد 9.

تطبيق:

- (1) حدّد الأعداد القابلة للقسمة على 4:  
2641560 ، 31079576 ، 42875654 ، 10311496 .
- (2) جد  $a$  مقدّماً جميع الحلول لكي يكون العدد  $41a2$  قابلاً للقسمة على 3.

ملاحظة:

تسلسل قابليّة القسمة على 4	
رقم الآحاد	رقم العشرات
+4	+2

تطبيق 2: أجب بصواب أو خطأ:

- الجداء  $58142 \times 35726$  قابل للقسمة على 4.
- الجداء  $37160 \times 46835$  قابل للقسمة على 25.

تمرين منزلي:

- (1) جد  $a$  مقدّماً جميع الحلول لكي يكون العدد  $73a6$  قابلاً للقسمة على 4.
- (2) جد  $a$  مقدّماً جميع الحلول لكي يكون باقي قسمة العدد  $512a$  على 4 هو 1.

## 2 قابلية القسمة على 8

✎ يسترجع التلميذ قاعدتي قابلية القسمة على 2 و 4 ليستنتج قاعدة قابلية القسمة على 8.  
قابلية القسمة على 2: رقم أحاده / قابلية القسمة على 4: العدد المكوّن من رقمي أحاده و عشراته  
← قابلية القسمة على 8: العدد المكوّن من أرقام أحاده و عشراته و مئاته.  
◀ ينجز التلميذ النشاط للتثبت من صحة إستنتاجه.

نشاط: أكمل بما يناسب:

العدد	باقي القسمة على 8
115	
6115	
72115	

العدد	باقي القسمة على 8
256	
7256	
43256	

**قاعدة:** يكون عدد صحيح طبيعي قابلاً للقسمة على 8 إذا كان العدد المكوّن من أرقام أحاده و عشراته و مئاته قابلاً للقسمة على 8.

**ملاحظة:** باقي قسمة عدد صحيح طبيعي على 8 هو باقي قسمة العدد المكوّن من أرقام أحاده و عشراته و مئاته على 8.

تطبيق:

- (1) حدّد الأعداد القابلة للقسمة على 8: 15224 ، 47356 ، 694572 .
- (2) جد باقي قسمة العدد 2677951 على 8.

تطبيق 2:

- (1) جد  $a$  مقدّمًا جميع الحلول لكي يكون العدد  $4716a$  قابلاً للقسمة على 8.
- (2) جد  $a$  مقدّمًا جميع الحلول لكي يكون العدد  $932a8$  قابلاً للقسمة على 8.
- (3) جد  $a$  مقدّمًا جميع الحلول لكي يكون العدد  $75a32$  قابلاً للقسمة على 8.

**ملاحظة:**

تسلسل قابلية القسمة على 8		
رقم الآحاد	رقم العشرات	رقم المئات
+8	+4	+2

تطبيق 3:

- (1) جد  $a$  و  $b$  مقدّما جميع الحلول لكي يكون العدد  $4a1b2$  قابلا للقسمة على 8 و 9 في نفس الوقت.  
 (2) جد  $a$  و  $b$  مقدّما جميع الحلول لكي يكون العدد  $5a72b$  قابلا للقسمة على 8 و 3 في نفس الوقت.

تطبيق 4:

- (1) بيّن أنّ الجداء  $2589612 \times 4998534$  يقبل القسمة على 8.  
 (2) بيّن أنّ الجداء  $576320 \times 2493$  يقبل القسمة على 8.

تمرين منزلي:

جد  $a$  و  $b$  مقدّما جميع الحلول لكي يكون العدد  $67a2b$  قابلا للقسمة على 8 و 5 في نفس الوقت.

تطبيق 5:

- (1) بيّن أنّ العبارة  $2^{17}$  تقبل القسمة على 8.  
 (2) بيّن أنّ العبارة  $6^{13}$  تقبل القسمة على 8.

نشاط: فكّك إلى جذاء عوامل:

$$168 \times 5 + 168 \times 2 = 168 \times (5 + 2) = 168 \times 7$$

$$4^{19} + 4^{18} \quad \leftarrow \quad 3^{12} \times 6 + 3^{12} \times 5 \quad \leftarrow$$

تطبيق:

- (1) بيّن أنّ العبارة  $7^{43} + 7^{42}$  تقبل القسمة على 8.  
 (2) بيّن أنّ العبارة  $3^{67} - 3^{65}$  تقبل القسمة على 8.  
 (3) بيّن أنّ العبارة  $9^{10} - 27^6$  تقبل القسمة على 8.

تمرين منزلي: بيّن أنّ العبارات التالية تقبل القسمة على 8:

$$26 \times 14^2, \quad 3 \times 25^{41} + 5^{82}, \quad 15^9 + 15^8$$

## 1 تقديم

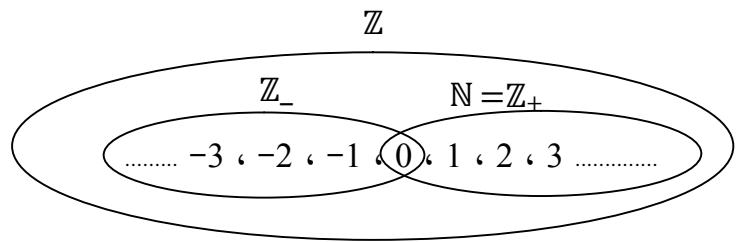
نشاط:

يقع تقديم المجموعة  $\mathbb{N}$  ثم  $\mathbb{Z}$  مع التركيز على أن العدد الصحيح هو عدد يكتب بدون فاصلة و هو موجب أو سالب.

\* نسمي  $\mathbb{N}$  : مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية.

\* نسمي  $\mathbb{Z}$  : مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية.

و تتكون من:  $\mathbb{Z}_+$  مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة و  $\mathbb{Z}_-$  مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة.



ملاحظة: الصفر هو عدد صحيح موجب و سالب في نفس الوقت.

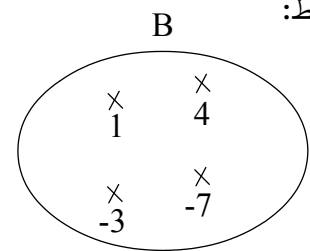
تطبيق: أكمل بـ  $\in$  أو  $\notin$ :

$\frac{5}{7}$	...	$\mathbb{Z}$	5	...	$\mathbb{Z}$
$\frac{21}{3}$	...	$\mathbb{Z}$	-14	...	$\mathbb{Z}$
			0,8	...	$\mathbb{Z}$

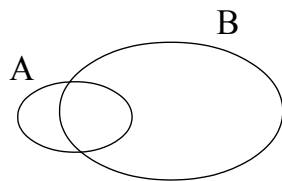
نشاط:

حدّد المجموعة  $A = \{4, -3\}$ .

يحدّد التلميذ العلاقة بين المجموعتين  $A$  و  $B$ .

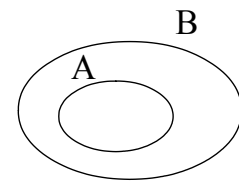


تعريف: تكون مجموعة  $A$  محتواة في مجموعة  $B$  إذا كانت جميع عناصر المجموعة  $A$  تنتمي إلى المجموعة  $B$ .



$A$  غير محتواة في  $B$

$$A \not\subset B$$



$A$  محتواة في  $B$

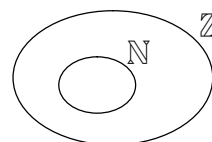
$$A \subset B$$

تطبيق: أكمل بـ  $\subset$  أو  $\not\subset$ :

$$\left\{ -8, -\frac{14}{6} \right\} \dots Z_- \quad \left\{ 0, 7, \frac{3}{4} \right\} \dots Z \quad \left\{ 8, 1, -3 \right\} \dots Z$$

$$\left\{ -9, \frac{20}{5} \right\} \dots Z \quad \left\{ -6, 5 \right\} \dots Z \quad \left\{ 4, -11 \right\} \dots Z$$

ملاحظة: المجموعة  $N$  محتواة في المجموعة  $Z$ :  $N \subset Z$ .



تطبيق 2: أكمل بـ  $\in$ ،  $\notin$ ،  $\subset$  أو  $\not\subset$ :

$$11 \dots Z_- \quad \{8\} \dots Z$$

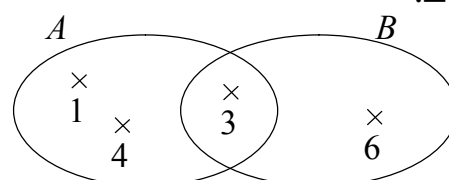
$$\{-6\} \dots Z_+ \quad -4 \dots Z$$

تمرين منزلي: ت ص 17

2

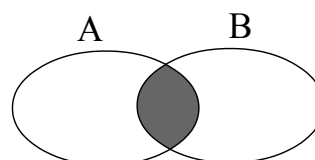
## 2 تقاطع و إتحاد مجموعتين

نشاط:



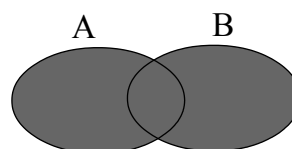
يحدّد التّلميز تقاطع و إتحاد المجموعتين  $A$  و  $B$ .

تعريف التّقاطع: تقاطع مجموعتين هو مجموعة العناصر المشتركة للمجموعتين.



$$A \cap B \text{ (تقاطع } A \text{ و } B \text{)}$$

تعريف الإتحاد: إتحاد مجموعتين هو المجموعة التي تضمّ جميع عناصر المجموعتين.



$$A \cup B \text{ (إتحاد } A \text{ و } B \text{)}$$

تطبيق:

$$A = \{2, -3, -6, 0\}$$

$$B = \{1, -6, 2\}$$

جد المجموعتين:  $A \cap B$  و  $A \cup B$ .

تطبيق 2:

$$A = \{4, 0, -3, 2, -7, -1\}$$

$$(1) \text{ جد } A \cap Z_- \text{ و } A \cap Z_+$$

$$(2) \text{ جد } B \cap Z_- \text{ و } B \cap Z_+ , B = \left\{ -8, \frac{15}{3}, -5, -\frac{2}{7} \right\}$$

ملاحظة:  $Z_+ \cup Z_- = Z$  ،  $Z_+ \cap Z_- = \{0\}$ .

### 3 القيمة المطلقة

نشاط:

يحدّد التلميذ من خلال عددين صحيحين متقابلين القيمة المشتركة للعددين ليتعرّف على مفهوم القيمة المطلقة.   
 يلاحظ أنّ القيمة المطلقة هي عدد موجب.

تعريف: القيمة المطلقة لعدد صحيح نسبي هي القيمة الموجبة لذلك العدد، و نرمز للقيمة المطلقة ب:  $| \cdot |$ .

مثال: القيمة المطلقة للعددين 4 و -4 هي 4، و نكتب:  $|4| = |-4| = 4$ .

تطبيق:

(1) جد الأعداد التالية:

$$|0| , |25| , |-14| , |-9| , |7|$$

(2) قارن في الحالات التالية:

$$|6| \text{ ..... } |-6| , |-9| \text{ ..... } |4| , |-7| \text{ ..... } |-11|$$

(3) أكمل ب:  $\in$  أو  $\notin$ :

$$-|-13| \text{ ... } Z_+ , |-8| \text{ ... } Z_-$$

تمرين منزلي:

$$A = \left\{ 7, \frac{12}{4}, -12, \frac{7}{3}, -\frac{15}{5}, |-4| \right\}$$

جد:  $A \cap Z$  و  $A \cap Z_-$  ،  $A \cap Z_+$ .

نشاط:

جد  $x$  مقدّمًا جميع الحلول إذا علمت أنّ  $|x| = 7$ .

قاعدة: إذا كان  $a$  عدد صحيح موجب فإنّ  $|x| = a$  يعني  $x = a$  أو  $x = -a$ .

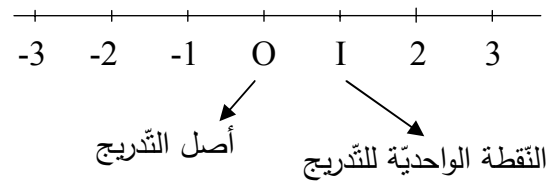
تطبيق: جد  $x$  في الحالات التالية:

$$|x| = 8 \quad \blacktriangleleft \quad |x| = 15 \quad , \quad |x| = -9 \quad , \quad |x| = 0$$

#### 4 المستقيم المدرّج

نشاط:

بعد رسم مستقيم مدرّج، يتعرّف التلميذ على النقاط المحددة لمعيّن ذلك مستقيم:  $O$  و  $I$ .  
يسترجع التلميذ الكتابة  $A(3)$  ثم يحدّد النقطة على المستقيم المدرّج.



$\Delta$  مستقيم مدرّج بالمعيّن  $(O, I)$  بحيث  $OI$  هي وحدة التدرّج.

تطبيق:

$\Delta$  مستقيم مدرّج بالمعيّن  $(O, I)$  بحيث  $OI = 1\text{ cm}$ .

(1) عيّن على  $\Delta$ :  $A(-5)$ .

(2) أ- ابن  $B$  منتصف  $[AB]$ .

ب- قدّم إحداثيات  $B$ .

تطبيق:

$\Delta$  مستقيم مدرّج بالمعيّن  $(O, I)$  بحيث  $OI = 1\text{ cm}$ .

يعيّن الأستاذ على  $\Delta$ :  $A(4)$ ، يحدّد التلميذ البعد  $OA$ .

يعيّن الأستاذ على  $\Delta$ :  $B(-4)$ ، يحدّد التلميذ البعد  $OB$ .

يحدّد التلميذ ماذا يمثل البعد بالنسبة للفاصلة.

قاعدة:  $\Delta$  مستقيماً مدرّجاً بالمعيّن  $(O, I)$  بحيث  $OI = 1$  و  $A(a)$  نقطة من  $\Delta$  إذن  $OA = |a|$ .

تطبيق:

$\Delta$  مستقيم مدرّج بالمعین  $(O, I)$  بحيث  $OI = 1\text{ cm}$  ،

$A(-3)$  و  $B(5)$  .

(1) جد  $OA$  و  $OB$  .

(2) استنتج  $AB$  .

تمرین منزلی:

$\Delta$  مستقيم مدرّج بالمعین  $(O, I)$  بحيث  $OI = 1\text{ cm}$  .

$A(-1)$  و  $B(-4)$  .

(1) جد  $OA$  و  $OB$  . استنتج  $AB$  .

(2)  $M(x)$  من  $\Delta$  بحيث  $OM = AB$  ، جد  $x$  مقدّمًا جميع الحلول.

الأستاذ مكرم الطرابلسي  
المتفوقون في الرياضيات  
(groupe Facebook)

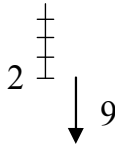
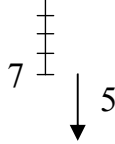




## 1 الجمع في $\mathbb{Z}$

### 1- مجموع عددين صحيحين نسييين:

نشاط:



ليكن هذا السلم المدرّج آخر عدد فيه هو 7 .

(1) أضفنا إليه نزولا 5 درجات، ما هو العدد المتحصّل عليه على السلم؟

✍ نستنتج أنّ  $7 + (-5) = 2$  .

✍ يحسب التّلميذ  $|7| - |-5|$  .

(2) أضفنا إليه نزولا 9 درجات أخرى، ما هو العدد المتحصّل عليه على السلم؟

✍ نستنتج أنّ  $2 + (-9) = -7$  .

✍ يحسب التّلميذ  $|-9| - |2|$  .

**قاعدة:** مجموع عدد صحيح موجب و عدد صحيح سالب هو الفرق بين القيمتين المطلقتين للعددين و علامته هي علامة العدد الذي له أكبر قيمة مطلقة.

تطبيق: احسب العمليّات التّالية:

✍  $14 + (-36)$   
✍  $(-25) + 47$

✍  $18 + (-5)$   
✍  $(-20) + 7$

$11 + (-2)$   
 $(-13) + 1$

نشاط: احسب:

$(-4) + 0$  ،  $7 + (-7)$

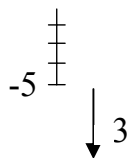
**ملاحظات:**

- الصّفر هو عنصر محايد في الجمع في  $\mathbb{Z}$ .

- مجموع عددين صحيحين نسييين متقابلين هو 0.

إذا كان  $a$  عدد صحيح نسبي فإنّ:  $a + 0 = a$  و  $a + (-a) = 0$ .

نشاط:



ليكن هذا السلم آخر عدد فيه هو -5 .

أضفنا 3 درجات نزولا للسلم، ما هو العدد المتحصّل عليه؟

✍ نستنتج أنّ  $(-5) + (-3) = -8$  .

✍ يحسب التّلميذ  $|-5| + |-3|$  .

✍ نلاحظ أنّ  $(-5) + (-3) = -(|-5| + |-3|)$  .

قاعدة: مجموع عددين ساليين هو مجموع القيمتين المطلقتين للعددين و علامته هي سالبة.

تطبيق:

احسب:  $(-11) + (-5)$ .

تمرين منزلي:

(1) احسب:

$$(-15) + (-27) \quad 18 + (-41)$$

$$(-22) + 39 \quad (-36) + 21$$

$$(2) \text{ جد } x : x + 16 = 0 \text{ ، } |x| + (-21) = 0 .$$

— 2 —

2- مجموع عدة أعداد صحيحة نسبية:

تطبيق: احسب العمليات التالية:

$$26 + (-14) + (-18)$$

$$15 + (-21) + (-9) \blacktriangleleft$$

$$(-20) + (-16) + 31$$

خاصية: الجمع هي عملية تبديلية و تجميعية في  $\mathbb{Z}$ .

إذا كانت  $a$ ،  $b$  و  $c$  أعداد صحيحة نسبية فإنّ:  $a + b + c = (a + b) + c$

$$= (a + c) + b$$

$$= (b + c) + a$$

تطبيق:

(1) احسب بأيسر طريقة:

$$34 + (-15) + (-36)$$

$$(-12) + 27 + (-29) + 18 \blacktriangleleft$$

◀ (2) ت 1 ص 29

تطبيق 2:

$$E = 7 + (-9) + a + (-23)$$

(1) اختصر  $E$ .

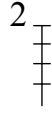
(2) احسب  $E$  إذا علمت أنّ  $a = 12$ .

(3) جد  $a$  إذا علمت أنّ  $E = 0$ .

تمرين منزلي: ت 17 ص 47:  $\mathbb{N}$ ،  $\mathbb{J}$  و  $\mathbb{R}$

3 الطّرح في  $\mathbb{Z}$ 

نشاط:



حذفنا من هذا السلم 7 درجات، ما هو العدد المتحصّل عليه؟

$$\text{✎ نستنتج أنّ } 2 - 7 = -5.$$

$$\text{✎ يحسب التّلميذ } 2 + (-7)، \text{ ثمّ يستنتج القاعدة.}$$

قاعدة: إذا كان  $a$  و  $b$  عدداً صحيحان طبيعيان فإنّ:  $a - b = a + (-b)$ .

تطبيق: احسب العمليّات التّالية:

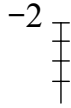
$$11 - 19 \blacktriangleleft$$

$$5 - 9$$

$$25 - 31$$

$$6 - 14$$

نشاط:



حذفنا من هذا السلم 4 درجات، ما هو العدد المتحصّل عليه؟

$$\text{✎ يحوّل الأستاذ الوضعيّة إلى كتابة طرحيّة: } -4 - 2 = -6.$$

$$\text{✎ يحسب التّلميذ } (-4) + (-2)،$$

$$\text{✎ نستنتج أنّ } -4 - 2 = (-4) + (-2).$$

قاعدة: إذا كان  $a$  و  $b$  عدداً صحيحان طبيعيان فإنّ:  $(-a) - b = (-a) + (-b)$ .

تطبيق:

(1) احسب العمليّتين:

$$(-6) - 5، \quad (-11) - 8.$$

$$\blacktriangleleft (2) \quad E = -9 - a، \text{ احسب } E \text{ إذا علمت أنّ } a = 4.$$

تطبيق 2: احسب العمليّات التّالية:

$$(13 - 25) + 9$$

$$(-15 - 4) + 17$$

$$(8 - 11) + (-7 - 2)$$

نشاط:

$$\text{✎ يبحث التّلميذ عن } x \text{ في الحالة: } x - 7 = 0.$$

قاعدة: إذا كان  $a$  و  $b$  عدداً صحيحان نسبياً فإنّ:  $a - b = 0$  يعني  $a = b$ .

تطبيق: جد  $x$  في كل حالة:

$$x - (-3) = 0$$

$$(-7) - x = 0$$

تمرين منزلي:

(1) قارن في كل حالة:

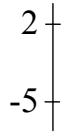
$$-7 - 5 \quad \dots \quad 4 - 12$$

$$11 - 17 \quad \dots \quad -8 - 2$$

(2) جد  $x$  في الحالة:  $|x| - 9 = 0$ .

— 4 —

نشاط:



حدّد الفرق بين العددين 2 و -5 على هذا السلم.

✎ نستنتج أن  $2 - (-5) = 7$ .

✎ نلاحظ أن  $2 - (-5) = 2 + 5$ .

قاعدة: إذا كان  $a$  و  $b$  عدنان صحيحان نسبيين فإنّ:  $a - (-b) = a + b$ .

تطبيق:

$$(1) \quad E = 5 - a$$

احسب  $E$  إذا علمت أنّ  $a = -7$ .

$$(2) \quad a = 4 - (7 - 12)$$

أ- احسب  $a$ .

ب- جد  $x$  إذا علمت أنّ  $a - x = 0$ .

#### 4 حساب عمليات جمع و طرح في $\mathbb{Z}$

تطبيق: احسب:

$$2 - 7 - 4$$

$$-5 - 3 + 12$$

$$6 - 12 + 7 - 9$$

نشاط: احسب بأيسر طريقة:

$$(165 + 37) - 65$$

$$(82 - 49) + 18$$

قاعدة: إذا كانت  $a$  ،  $b$  و  $c$  أعداد صحيحة نسبية فإن:  $a + b - c = (a + b) - c$   
 $= (a - c) + b$   
 $= (b - c) + a$

تطبيق:

(1) احسب بأيسر طريقة:

$$(24 + 57) - 26$$

$$(65 + 38) - 69 \blacktriangleleft$$

$$(92 - 146) + 8$$

$$(2 \blacktriangleleft) E = 7 - a + b$$

احسب  $E$  إذا علمت أن  $b - a = -9$ .

تمرين منزلي: (+ ت 16 ص 47: B و C)

$$E = 2 - 9 - (-5) + a$$

(1) اختصر  $E$ .

(2) احسب  $E$  إذا علمت أن  $a = -8$ .

— 5 —

نشاط: احسب بأيسر طريقة:

$$(165 - 27) - 65$$

$$(134 - 81) - 19$$

قاعدة: إذا كانت  $a$  ،  $b$  و  $c$  أعداد صحيحة نسبية فإن:  $a - b - c = (a - b) - c$   
 $= (a - c) - b$   
 $= a - (b + c)$

تطبيق:

(1) احسب بأيسر طريقة:

$$(52 - 139) - 57$$

$$(63 - 145) - 69 \blacktriangleleft$$

$$(48 - 77) - 23$$

$$(2 \blacktriangleleft) E = 4 - a - b$$

احسب  $E$  إذا علمت أن  $a + b = 11$ .

نشاط: جد  $x$  في الحالات التالية:


$$9 + x = 16$$

$$18 - x = 7 \blacktriangleleft$$

$$x - 4 = 9$$

 العدد الذي يمثل المجموع هو 16 إذن  $x = 16 - 9 = 5$ .

 العدد الذي يمثل المجموع هو 18 إذن  $x = 18 - 7 = 11$ .

 العدد الذي يمثل المجموع هو  $x$  إذن  $x = 9 + 4 = 13$ .

قاعدة: إذا كانت  $a$ ،  $b$  و  $c$  أعداد صحيحة نسبية فإن:

$$* \quad a + b = \boxed{c} \quad (\text{العدد } c \text{ يمثل المجموع})$$

$$\text{يعني } a = c - b \text{ و } b = c - a$$

$$* \quad \boxed{a} - b = c \quad (\text{العدد } a \text{ يمثل المجموع})$$

$$\text{يعني } a = c + b \text{ و } b = a - c$$

تطبيق: جد  $x$  في الحالات التالية:

$$5 + x = -9 \quad \blacktriangleleft$$

$$14 + x = 8$$

$$3 - x = -4$$

$$9 - x = 11 \quad \blacktriangleleft$$

$$x - 5 = -3$$

تمرين منزلي:

$$E = 2 - 7 + a - 13$$

$$F = 9 - (-5) - 6 - a$$

(1) اختصر  $E$  و  $F$ .

(2) أ- جد  $a$  إذا علمت أن  $E = 5$ .

ب- جد  $a$  إذا علمت أن  $F = 12$ .

6

## 5 حذف الأقواس

نشاط:

قارن بين:  $5 + (2 - 9)$  و  $5 + 2 - 9$ .

قاعدة: إذا كانت  $a$ ،  $b$  و  $c$  أعداد صحيحة نسبية فإن:

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

تطبيق: احذف الأقواس ثم اختصر:

$$4 + (a - 9) + (2 - a)$$

$$2 + (5 - a) + (a - 9) \quad \blacktriangleleft$$

تطبيق 2:

$$E = 7 + (a - 3) + (1 - b)$$

(1) بين أن  $E = 5 + a - b$ .

(2) أ- احسب  $E$  إذا علمت أن  $a = -9$  و  $b = 7$ .

ب- احسب  $E$  إذا علمت أن  $a - b = -4$ .

تطبيق 3:

$$E = -3 + (8 - a) + (b - 1)$$

$$(1) \text{ بيّن أنّ } E = 4 - a + b.$$

$$(2) \text{ أ- احسب } E \text{ إذا علمت أنّ } a = 7 \text{ و } b = -2.$$

$$\text{ب- احسب } E \text{ إذا علمت أنّ } b - a = -5.$$

تمرين منزلي:

$$E = 1 + (a - 7) + (4 - b)$$

$$(1) \text{ بيّن أنّ } E = -3 + a - b.$$

$$(2) \text{ احسب } E \text{ إذا علمت أنّ } a = -9 \text{ و } b = 5.$$

$$(3) \text{ جد } a - b \text{ إذا علمت أنّ } E = 8.$$

— 7 —

نشاط: احسب ثم اربط العملية بالكتابة المناسبة لها:

$$2 - 7 + 4 \quad \bullet \quad \bullet \quad 2 - (7 + 4)$$

$$2 - 7 - 4 \quad \bullet \quad \bullet \quad 2 - (7 - 4)$$

$$\text{نلاحظ أنّ } 2 - (7 + 4) = 2 - 7 - 4$$

$$\text{و } 2 - (7 - 4) = 2 - 7 + 4.$$

قاعدة: إذا كانت  $a$ ،  $b$  و  $c$  أعداد صحيحة نسيية فإنّ:  $a - (b + c) = a - b - c$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

تطبيق:

$$(1) \text{ احذف الأقواس ثم اختصر:}$$

$$2 - (6 + a) \quad \blacktriangleleft \quad 7 - (5 + a)$$

$$-3 - (7 - a) \quad \quad 9 - (4 - a)$$

$$(2) \text{ اختصر العبارتين التاليتين:}$$

$$A = 5 - (1 - a) - (a - 7)$$

$$B = 1 - (9 + a) - (4 - a) \quad \blacktriangleleft$$

تطبيق 2:

$$E = 9 - (3 + a) - (1 - b)$$

$$(1) \text{ بيّن أنّ } E = 5 - a + b.$$

$$(2) \text{ احسب } E \text{ إذا علمت أنّ } a = -7 \text{ و } b = -3.$$

$$(3) \text{ جد } b - a \text{ إذا علمت أنّ } E = -4.$$

تمرين منزلي:

$$E = 2 - (5 - a) - (b - 7)$$

$$(1) \text{ اختصر } E = 4 + a - b$$

$$(2) \text{ احسب } E \text{ إذا علمت أن } a = -6 \text{ و } b = -8$$

$$(3) \text{ جد } a - b \text{ إذا علمت أن } E = -5$$

8

نشاط: احذف الأقواس ثم المعقّات ثم اختصر:

$$A = 1 - [4 - (a + 7)] - (a - 5)$$

$$B = 6 - (1 + a) - [8 - (a - 2)] \quad \blacktriangleleft$$

ملاحظة: لإختصار عبارة بها أقواس و معقّات نقوم بحذف الأقواس ثم المعقّات ثم نختصر.

تطبيق:

$$E = 2 - (a - 5) - [4 - (b + 1)]$$

$$(1) \text{ بيّن أن } E = 4 - a + b$$

$$(2) \text{ احسب } E \text{ إذا علمت أن } b - a = -6$$

$$(3) \text{ جد } b - a \text{ إذا علمت أن } E = -9$$

تمرين منزلي:

$$E = 8 - [b + (3 - a)] - (a + 1)$$

$$(1) \text{ بيّن أن } E = 4 - b$$

$$(2) \text{ احسب } E \text{ إذا علمت أن } b = -2$$

$$(3) \text{ جد } b \text{ إذا علمت أن } E = 7$$

9

نشاط: أكمل بما يناسب:

$$-5 - a = -(\dots)$$

$$-5 + a = -(\dots)$$

ملاحظة: عند إضافة أقواس مسبقة بعلامة (-) نقوم بتغيير العلامات داخلها.

تطبيق:

$$(1) \text{ احسب } E \text{ إذا علمت أن } a + b = 9, E = 6 - a - b$$

$$(2) \text{ احسب } F \text{ إذا علمت أن } a - b = 5, F = 1 - a + b \quad \blacktriangleleft$$



تطبيق 2:

$$E = -(2+a) - [1+(b-7)]$$

$$(1) \text{ بيّن أنّ } E = 4 - a - b.$$

$$(2) \text{ احسب } E \text{ إذا علمت أنّ } a + b = -2.$$

## 6 المقارنة في $\mathbb{Z}$

تقديم:

- $a$  عدد صحيح موجب يعني  $a \geq 0$ . ( $a$  أكبر من 0 أو مساوي له)
- $a$  عدد صحيح سالب يعني  $a \leq 0$ . ( $a$  أصغر من 0 أو مساوي له)
- $a$  عدد صحيح موجب قطعاً يعني  $a > 0$ . ( $a$  أكبر من 0)
- $a$  عدد صحيح سالب قطعاً يعني  $a < 0$ . ( $a$  أصغر من 0)

نشاط: أكمل بـ  $>$  أو  $<$ :

$$\begin{array}{ccc} 11-15 & \dots & 0 \\ 24-13 & \dots & 0 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 12-7 & \dots & 0 \\ 3-9 & \dots & 0 \end{array}$$

قاعدة: إذا كان  $a$  و  $b$  عددين صحيحين نسبيين فإنّ:  $a - b \geq 0$  يعني  $a \geq b$   
 $a - b \leq 0$  يعني  $a \leq b$

ملاحظة: إذا كان  $a$  و  $b$  عددين صحيحين نسبيين فإنّ:  $a - b > 0$  يعني  $a > b$   
 $a - b < 0$  يعني  $a < b$

تطبيق: قارن بين  $a$  و  $b$  في كلّ حالة:

$$a + b = 7 \quad * \quad a + b = -4$$

تطبيق 2:

$$E = -3 - (1-a) - (b-9)$$

$$(1) \text{ بيّن أنّ } E = 5 + a - b.$$

$$(2) \text{ جد } a - b \text{ إذا علمت أنّ } E = 1.$$

$$(3) \text{ قارن بين } a \text{ و } b.$$

تمرين منزلي:

$$E = -(2+a) - (4-b) + 11$$

$$(1) \text{ بيّن أنّ } E = 5 - a + b.$$

$$(2) \text{ قارن بين } a \text{ و } b \text{ إذا علمت أنّ } E = -2.$$

نشاط:

$$E = 3 + a$$

$$F = 1 + b$$

(1) اختصر  $E - F$ .

(2) احسب  $E - F$  إذا علمت أن  $a - b = -5$ .

(3) استنتج مقارنة لـ  $E$  و  $F$ .

ملاحظة: لمقارنة عبارتين حرفيتين نبحث عن الفرق بينهما ثم نحدّد علامته.

تطبيق:

$$(1) \quad E = 2 + a \quad \text{و} \quad F = 5 + b$$

قارن بين  $E$  و  $F$  إذا علمت أن  $a - b = 9$ .

$$(2) \quad E = 4 - a \quad \text{و} \quad F = 1 - b$$

قارن بين  $E$  و  $F$  إذا علمت أن  $a - b = 5$ .

تطبيق 2:

$$E = 4 - (-1 - b) - (a + b)$$

$$F = -(a - 2) - [5 + (-a - b)]$$

(1) بيّن أن  $E = 5 - a$ .

(2) بيّن أن  $F = -3 + b$ .

(3) قارن بين  $E$  و  $F$  إذا علمت أن  $a + b = 6$ .

نشاط: أكمل بما يناسب:

- إذا كان  $a \in \mathbb{Z}_+$  فإن  $-a \in \dots$

- إذا كان  $a \in \mathbb{Z}_-$  فإن  $-a \in \dots$

◀ - إذا كان  $a > 0$  فإن  $a \dots 0$ .

- إذا كان  $a < 0$  فإن  $a \dots 0$ .

تطبيق:

$$E - F = 5 + a - b$$

قارن بين  $E$  و  $F$  إذا علمت أن  $a \in \mathbb{Z}_+$  و  $b \in \mathbb{Z}_-$ .

الأستاذ مكرم الطرابلسي  
المتفوقون في الرياضيات  
(groupe Facebook)



تمرين منزلي: ت3 و 5 ص36

## 1 حساب جداء في $\mathbb{Z}$

### 1- جداء عددين صحيحين نسبيين:

نشاط:

✋ يختصر التّلميز العمليّة  $(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$ ، ثمّ يحسب نتيجتها.

✎ يستنتج التّلميز أنّ  $5 \times (-2) = -10$ .

✎ ثمّ يستنتج كذلك أنّ  $(-5) \times (-2) = -(- (5 \times 2)) = 10$ .

قاعدة: جداء عدد صحيح موجب و عدد صحيح سالب هو عدد صحيح سالب قيمته المطلقة هي جداء القيمتين المطلقتين للعددين.

قاعدة 2: جداء عددين صحيحين سالبين هو عدد صحيح موجب قيمته المطلقة هي جداء القيمتين المطلقتين للعددين.

تطبيق: احسب العمليّات التّالية:

$$4 \times (-3) , (-7) \times 6 , (-2) \times (-8) .$$

نشاط: احسب:

$$(-5) \times 0 , (-5) \times 1 \text{ و } (-5) \times (-1) .$$

ملاحظات:

- العدد 1 هو عنصر محايد في الضرب.

- العدد 0 هو عنصر ماصّ في الضرب.

إذا كان  $a$  عدد صحيح نسبي فإنّ:  $a \times 1 = a$  ،  $a \times 0 = 0$  .

### 2- جداء عدّة أعداد صحيحة نسبيّة:

نشاط:

احسب بطريقتين مختلفتين:  $7 \times (-3) \times (-2)$  .

خاصيّة: الضرب في  $\mathbb{Z}$  هي عمليّة تبديليّة و تجميعيّة.

إذا كانت  $a$  ،  $b$  و  $c$  أعداد صحيحة نسبيّة فإنّ:  $a \times b \times c = (a \times b) \times c = (a \times c) \times b = (b \times c) \times a$  .

تطبيق: احسب بأيسر طريقة:

$$37 \times 5 \times (-2) , (-25) \times (-31) \times 4 \quad \blacktriangleleft \quad 18 \times (-35) .$$

نشاط: ن 2 ص 40

ملاحظات:

- يكون جذاء أعداد صحيحة نسبية عددا موجبا إذا كان عدد عوامله السالبة زوجيا.
- يكون جذاء أعداد صحيحة نسبية عددا سالبا إذا كان عدد عوامله السالبة فرديا.

تمرين منزلي: احسب العمليات التالية: (+ ت 21 ص 47)

$$\begin{array}{ll} 15 - 5 \times (-6 - 1) & 5 \times [(-8) + (-3)] \\ 7 + 3 \times (-5) \times 4 - 1 & (-4) \times 7 + 2 \times (-8) \end{array}$$

— 2 —

## 2 توزيعية الضرب على الجمع و الطرح

نشاط: انشر ثم اختصر:

$$3(4-a) , 5(2+a) .$$

خاصية: الضرب هي عملية توزيعية على الجمع و الطرح.

إذا كانت  $a$  ،  $b$  و  $c$  أعداد صحيحة نسبية فإن:  $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

تطبيق:

(1) انشر ثم اختصر:

$$4(2a - 3b + 1) , 5(3a - 2) \quad \blacktriangleleft \quad 2(4a + 3) .$$

$$\blacktriangleleft (2) \quad E = 2(3a + 1) + 4(2a - 5) , \text{ بيّن أنّ } E = 14a - 18 .$$

$$\blacktriangleleft (3) \quad \text{اختصر } F = 5(2a - 3) + 2(4a - 1) .$$

تمرين منزلي:

$$E = 2(5a - b + 3) + 4(2b - 1 - a)$$

(1) اختصر  $E$ .

(2) احسب  $E$  إذا علمت أنّ  $a = -3$  و  $b = -1$ .

نشاط: انشر ثم اختصر:

$$-2(5a+4) \quad \blacktriangleleft \quad -3(4a-2) \quad , \quad -5(3a-2b+1) .$$

تطبيق:

$$E = 4(1-2a) - 2(1+a)$$

$$(1) \text{ بين أن } E = 2 - 10a .$$

$$(2) \text{ احسب } E \text{ إذا علمت أن } a = -3 .$$

نشاط:

✎ يحدّد التلميذ طريقة نشر العبارة:  $(a+b) \times (c+d) = a \times (c+d) + b \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

قاعدة: إذا كانت  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  أعداد صحيحة نسبية فإنّ:  $(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

تطبيق:

(1) انشر ثم اختصر:

$$(2a+3)(5b+4) \quad \blacktriangleleft \quad (4a+1)(2b-3) \quad , \quad (3a-2)(2b+1) \quad \blacktriangleleft \quad (5a-2)(2b-3) .$$

(2) اختصر العبارتين:

$$E = (2a+5)(b-2) - 4a(b+1)$$

$$F = 5a(b+1) - (3a+1)(b+2) \quad \blacktriangleleft$$

تمرين منزلي: ت 1 ص 42

نشاط:

احسب بأيسر طريقة:  $17 \times 6 + 17 \times 4$ .

قاعدة: إذا كانت  $a$ ،  $b$  و  $c$  أعداد صحيحة نسبية فإنّ:  $a \times b + a \times c = a \times (b+c)$

$$a \times b - a \times c = a \times (b-c)$$

نسّمى ذلك تفكيكا إلى جذاء عوامل و نسّمى العدد  $a$  عامل مشترك.

تطبيق: احسب بأيسر طريقة:

$$13 \times 6 + 13 \times (-9) \quad , \quad 28 \times (-7) - 28 \times 3 .$$

تطبيق 2: فكّك إلى جذاء عوامل:

$$2a+6 \quad \blacktriangleleft \quad 5a+10 \quad , \quad 14a+21 \quad , \quad 10a-15$$

تطبيق 3:

$$E = 4a(2b - 3) - 2a(3b + 1)$$

$$(1) \text{ بيّن أنّ } E = 2ab - 14a.$$

$$(2) \text{ فكّك إلى جذاء عوامل } E.$$

تمرين منزلي: (+ ت 25 ص 48)

$$E = (3a + 1)(2b - 1) - 2(b + 1)$$

$$(1) \text{ بيّن أنّ } E = 6ab - 3a - 3.$$

$$(2) \text{ فكّك إلى جذاء عوامل } E \text{ و } E + 3.$$

— 5 —

نشاط: فكّك إلى جذاء عوامل:

$$\bullet 2a(a + 3) + 5(a + 3)$$

$$\blacktriangleleft 4a(a - 2) - 5(a - 2)$$

ملاحظة: العامل المشترك يمكن أن يكون عبارة كاملة.

تطبيق:

(1) فكّك إلى جذاء عوامل:

$$(a - 3)(4a + 1) + (a - 3)(2a - 7)$$

$$\blacktriangleleft (a + 7)(5a - 3) - (a + 7)(2a + 4)$$

$$\blacktriangleleft (2) \text{ بيّن أنّ } E = (a + 1)(2a + 7) - (a + 1)(6a - 2), \text{ بيّن أنّ } E = (a + 1)(-4a + 9).$$

$$\blacktriangleleft (3) \text{ بيّن أنّ } F = (2a - 1)(3a + 4) + 2a - 1, \text{ بيّن أنّ } F = (2a - 1)(3a + 5).$$

نشاط:

$$\text{بيّن أنّ: } a - b = -(b - a).$$

ملاحظة: إذا كان  $a$  و  $b$  عدداً صحيحان نسيّان فإنّ  $a - b = -(b - a)$ .

تطبيق:

$$E = (3a - 1)(6a + 2) + (1 - 3a)(2a + 4)$$

$$\text{بيّن أنّ } E = (3a - 1)(4a - 2).$$

تمرين منزلي:

$$E = (2a - 1)(5a - 3) + 6a - 2$$

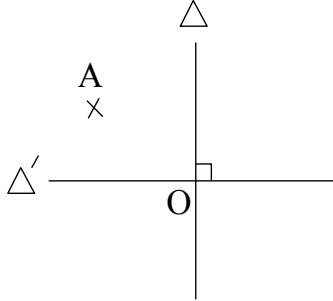
$$(1) \text{ فكّك إلى جذاء عوامل } 6a - 2.$$

$$(2) \text{ استنتج تفكيكا لـ } E.$$



## 1 مناظرة نقطة

نشاط:

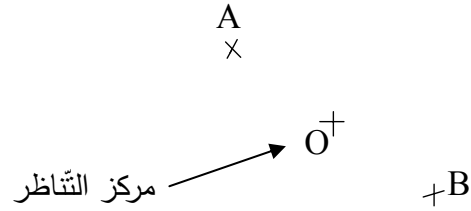


- ◀ يحدّد التلميذ بواسطة الطّيّ النقطة  $A'$  مناظرة  $A$  بالنسبة إلى  $\Delta$ ،
- ◀ ثم يحدّد بواسطة الطّيّ النقطة  $B$  مناظرة  $A'$  بالنسبة إلى  $\Delta'$ .
- ◀ تمثل النقطة  $B$  مناظرة  $A$  بالنسبة إلى  $O$ .

◀ يلاحظ التلميذ أنّ  $O$  منتصف  $[AB]$ ،  
ثم يستنتج التلميذ مفهوم التناظر المركزي.  
✎ يمحو التلميذ المستقيمين و يلصق على كراسه فقط النقاط  $A$ ،  $O$  و  $B$ .

تقديم: نتحصّل على تناظر مركزي بالنسبة إلى نقطة بتطبيق تناظرين محوريّين على التّوالي بالنسبة إلى مستقيمين متعامدين في تلك النقطة.

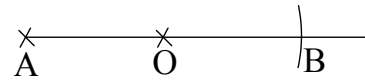
تعريف:  $A$  و  $B$  متناظرتان بالنسبة إلى  $O$  يعني  $O$  منتصف  $[AB]$ .



ملاحظات:

- كلّ نقطة لها نقطة مناظرة واحدة فقط بتناظر مركزي.
- مناظر مركز التناظر هو نفسه.

\* بناء مناظرة نقطة:



تطبيق:

$ABCD$  مستطيل مركزه  $O$ .

- (1) حدّد مع التعليل مناظرة النقطة  $A$  بالنسبة إلى  $O$ .
- (2) حدّد مع التعليل مناظرة النقطة  $B$  بالنسبة إلى  $O$ .

تمرين منزلي:

[AB].

(1) ابن  $E$  مناصرة  $A$  بالنسبة إلى  $B$ .

(2) ابن  $F$  مناصرة  $B$  بالنسبة إلى  $E$ .

(3) بين أن  $AB = EF$ .

— 2 —

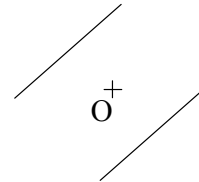
## 2 مناظر أشكال هندسية

نشاط:

✦ يستعمل التلميذ نصف ورقة شفافة ليبحث بواسطة الطي على مناظر مستقيم بتناظر مركزي.

قاعدة: مناظر مستقيم بتناظر مركزي هو مستقيم موازي له.

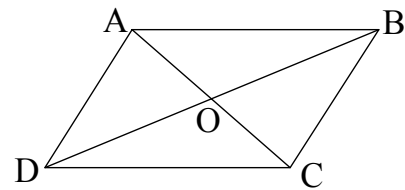
✋ يلصق التلميذ على كراسته المستقيمين المتناظرين و مركز التناظر فقط.



ملاحظة: يكون مناظر مستقيم بتناظر مركزي هو نفسه إذا كان المستقيم يمر من مركز التناظر.

تطبيق:

ليكن الرسم التالي بحيث:  $ABCD$  متوازي أضلاع مركزه  $O$ .



(1) حدّد مع التعليل مناظرتي النقطتين  $A$  و  $B$  بالنسبة إلى  $O$ .

(2) استنتج مناظر  $(AB)$  بالنسبة إلى  $O$ .

تطبيق 2:

$ABC$  مثلث عام،

$I$  منتصف  $[BC]$ ،

و  $D$  مناصرة  $A$  بالنسبة إلى  $I$ .

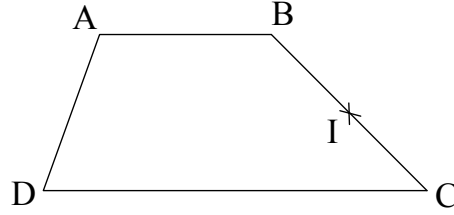
(1) بين أن  $(AB) \parallel (CD)$ .

✦ (2) بين أن  $(AC) \parallel (BD)$ .



### تمرين منزلي:

ليكن الرسم المصاحب بحيث:  $ABCD$  شبه منحرف قاعدته  $[AB]$  و  $[CD]$ ،  
و  $I$  منتصف  $[BC]$ .



- (1) ابن  $E$  منازرة  $D$  بالنسبة إلى  $I$ .
- (2) بين أن  $(BE) \parallel (CD)$ .
- (3) استنتج أن النقاط  $A$ ،  $B$  و  $E$  على إستقامة واحدة.

— 3 —

تطبيق 3:

$ABCD$  مستطيل،

$I$  منتصف  $[CD]$ .

ما هو مناظر  $(AD)$  بالنسبة إلى  $I$ ؟ علّل إجابتك.

نشاط:



$I \times$

- ابن  $E$  و  $F$  مناظرتي  $A$  و  $B$  بالنسبة إلى  $I$ .
- ✍ مناظر  $(AB)$  بالنسبة إلى  $I$  هو  $(EF)$ .
- ◀ يعين التلميذ  $M$  نقطة من  $(AB)$ ، ثم يبني  $N$  منازرة  $M$  بالنسبة إلى  $I$ .

ملاحظات:

- إذا كانت نقطة من مستقيم فمناظرتها بتناظر مركزي تنتمي إلى مناظر ذلك المستقيم.
- مناظر ثلاث نقاط على إستقامة واحدة بتناظر مركزي هي ثلاث نقاط على إستقامة واحدة.

تطبيق:

$ABCD$  متوازي أضلاع مركزه  $O$ ،

$M$  من  $(AB)$ ،  $(MO)$  يقطع  $(DC)$  في  $N$ .

- (1) جد مع التعليل مناظري  $(AB)$  و  $(MO)$  بالنسبة إلى  $O$ .
- (2) بين أن منازرة  $M$  بالنسبة إلى  $O$  هي  $N$ .

تمرين منزلي:

$[AB]$  منتصفها  $I$ ،

$\Delta$  المستقيم المار من  $A$  و العمودي على  $(AB)$ .

(1) ارسم  $\Delta'$  مناظر  $\Delta$  بالنسبة إلى  $I$ . علّل إجابتك.

(2)  $(MI)$  يقطع  $\Delta'$  في  $N$ ،

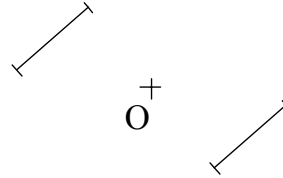
بيّن أنّ مناظرة  $M$  بالنسبة إلى  $I$  هي  $N$ .

4

نشاط:

يستعمل التلميذ نصف ورقة شفافة لبحث بواسطة الطيّ على مناظر قطعة مستقيم بتناظر مركزي.

قاعدة: مناظرة قطعة مستقيم بتناظر مركزي هي قطعة مستقيم مقايضة لها.



تطبيق:

$ABC$  مثلث،

$I$  منتصف  $[BC]$ ،

و  $E$  مناظرة  $A$  بالنسبة إلى  $I$ .

(1) أ- جد مع التعليل مناظرة  $[AB]$  بالنسبة إلى  $I$ .

ب- قارن بين البعدين  $AB$  و  $EC$ .

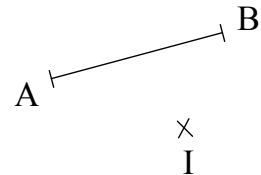
2) بيّن أنّ  $AC = BE$ .

نشاط:

(1) ابن  $[CD]$  مناظرة  $[AB]$  بالنسبة إلى  $I$ .

(2)  $O$  منتصف  $[AB]$ ،

ابن  $O'$  مناظرة  $O$  بالنسبة إلى  $I$ .



نلاحظ أنّ  $O'$  منتصف  $[CD]$ .

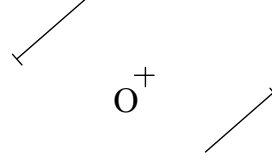
ملاحظة: مناظر منتصف قطعة مستقيم هو منتصف القطعة المناظرة.

تطبيق: ت2 ص169 (تمرين منزلي)

نشاط:

✎ يستعمل التلميذ نصف ورقة شفافة ليجث بواسطة الطي على مناظر نصف مستقيم بتناظر مركزي.

قاعدة: مناظر نصف مستقيم بتناظر مركزي هو نصف مستقيم موازي له و مخالف له في الإتجاه.



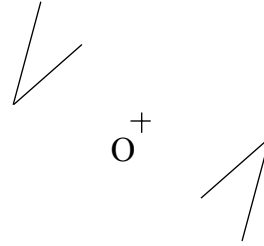
تطبيق: ت4 ص165

نشاط:

✎ يستعمل التلميذ نصف ورقة شفافة ليجث بواسطة الطي على مناظرة زاوية بتناظر مركزي.

- يلصق التلميذ على كراسه الزاويتين المتناظرتين و مركز التناظر فقط.

قاعدة: مناظرة زاوية بتناظر مركزي هي زاوية مقايضة لها و مخالفة لها في الإتجاه.



تطبيق:

$ABC$  مثلث قائم في  $A$  ،

$I$  منتصف  $[AB]$  ،

$E$  مناظرة  $C$  بالنسبة إلى  $I$  .

بين أن  $\hat{ABE} = 90^\circ$  .

تمرين منزلي:

$ABC$  مثلث قائم في  $A$  ،

$E$  مناظرة  $B$  بالنسبة إلى  $A$  .

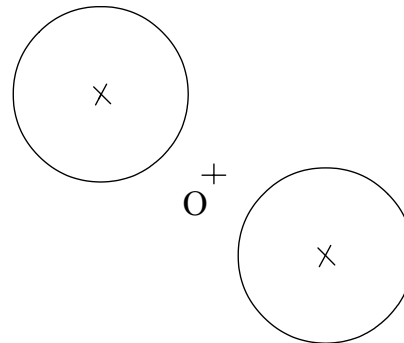
(1) ابن  $[Ex]$  مناظر  $[BC]$  بالنسبة إلى  $A$  .

(2) بين أن  $\hat{AEx} = \hat{ABC}$  .

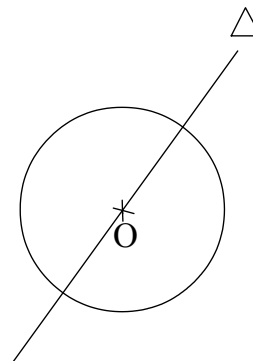
نشاط:

يستعمل التلميذ نصف ورقة شفافة ليجث بواسطة الطي على مناظر دائرة بتناظر مركزي.

قاعدة: مناظر دائرة بتناظر مركزي هي دائرة مقيسة لها و مركزها هو مناظر مركز الدائرة الأولى.



ملاحظة: مناظر دائرة بتناظر مركزي هي نفسها إذا كان مركز الدائرة هو مركز التناظر.



تطبيق:

$ABC$  مثلث،

$I$  منتصف  $[AC]$ ،

$D$  مناظر  $B$  بالنسبة إلى  $I$ ،

$C$  الدائرة التي مركزها  $B$  و شعاعها أصغر من  $AB$ .

(1) ابن  $C'$  مناظر  $C$  بالنسبة إلى  $I$ . حدّد مركزها و شعاعها.

(2)  $C$  تقطع  $[BC]$  في  $E$ ،  $C'$  تقطع  $[AD]$  في  $F$ ،

بين أنّ مناظر  $E$  بالنسبة إلى  $I$  هي  $F$ .

ملاحظة: مناظر شكل هندسي بتناظر مركزي هو شكل هندسي مطابق له، و يكون مقياس له في المحيط و المساحة.

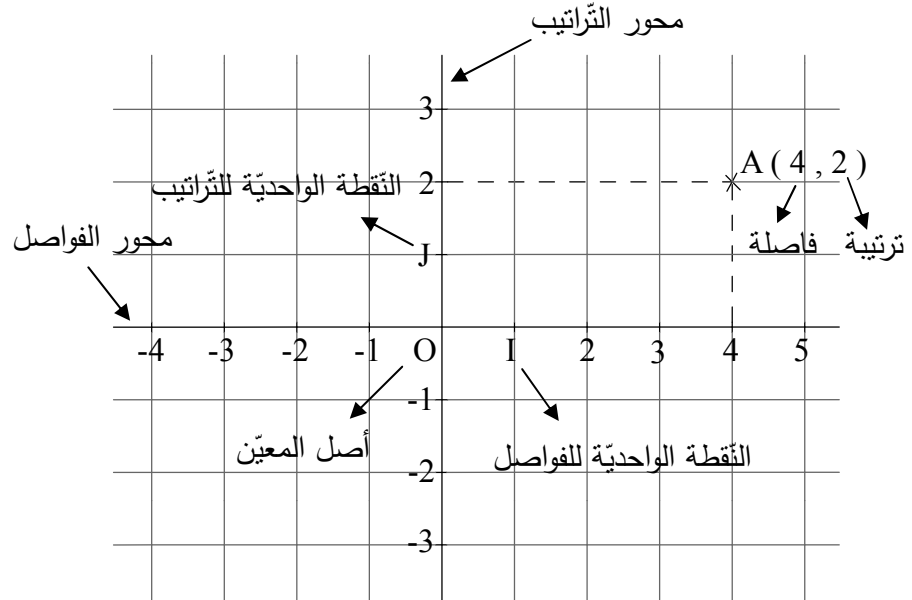
تعريف: تكون نقطة مركز تناظر شكل هندسي إذا كان مناظر ذلك الشكل بالنسبة إلى تلك النقطة هو نفسه.

تطبيق: ت 13 ص 185

### 3 التناظر في المعين المتعامد

نشاط:

- ✍ يرسم التلميذ  $\Delta$  مستقيم مدرج بالمعین  $(O, I)$ ، ثم يرسم  $\Delta'$  مستقيماً عمودياً على  $\Delta$  يكون مدرج بالمعین  $(O, J)$ .
- ✍ يقدم الأستاذ محاور المعين و تسمية المعين.
- ✋ يرسم التلميذ النقطة  $A(4, 2)$  في المعين  $(O, I, J)$ .



نسمي هذا المعين  $(O, I, J)$  بحيث  $OI$  هي وحدة محور الفواصل و  $OJ$  وحدة محور الترتيب.

ملاحظات:

- يكون المعين متعامدا إذا كان محاوره متعامدان.
- كل نقطة في المعين لها إحداثيتان: فاصلة و ترتيبية.

تطبيق:

1.  $(O, I, J)$  معين متعامد بحيث  $OI = OJ$ .
2. عيّن النقطتين:  $A(5, 4)$ ،  $B(3, -2)$ .
3. ابن  $M$  منتصف  $[AB]$ ، قدّم إحداثيات  $M$ .

تطبيق 2:

1.  $(O, I, J)$  معين متعامد بحيث  $OI = OJ$ .
2.  $A(3, -1)$ ،  $B(1, 2)$  و  $C(-4, 1)$ .
3. ابن  $D$  بحيث  $ABCD$  متوازي أضلاع.
4. قدّم إحداثيات  $M$ .
5. قدّم إحداثيات  $E$  مركز  $ABCD$ .

### ملاحظات:

- كل نقطة فاصلتها 0 تنتمي إلى محور الترتيب.
- كل نقطة ترتيبها 0 تنتمي إلى محور الفواصل.

### تمرين منزلي:

$(O, I, J)$  معيّن متعامد بحيث  $OI = OJ$  ،  
 $A(-2, -3)$  .

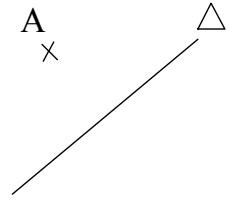
(1) ابن  $B$  منازرة  $A$  بالنسبة إلى  $I$  .

(2) قدّم إحداثيات  $B$  .

8

### نشاط:

ليكن الرسم التالي:



ابن  $B$  منازرة  $A$  بالنسبة إلى  $\Delta$  .

**تعريف التناظر المحوري:**  $A$  و  $B$  متناظران بالنسبة إلى  $\Delta$  يعني أن  $\Delta$  هو المتوسط العمودي لـ  $[AB]$  .

### نشاط 2:

$(O, I, J)$  معيّن متعامد بحيث  $OI = OJ$  ،  
 $A(3, 2)$  .

(1) ابن  $B$  منازرة  $A$  بالنسبة إلى  $(OI)$  . قدّم إحداثيات  $B$  .

(2) ابن  $C$  منازرة  $A$  بالنسبة إلى  $(OJ)$  . قدّم إحداثيات  $C$  .

### نلاحظ أن:

- نقطتان متناظران بالنسبة إلى محور الفواصل هما نقطتان متساويتان في الفاصلة و متقابلتان في الترتيب.
- نقطتان متناظران بالنسبة إلى محور الترتيب هما نقطتان متساويتان في الترتيب و متقابلتان في الفاصلة.

**قاعدة:** إذا كانت  $A(x, y)$  في  $(O, I, J)$  معيّن متعامد فإن:

- مناظرتها بالنسبة إلى  $(OI)$  هي  $B(x, -y)$  .

- مناظرتها بالنسبة إلى  $(OJ)$  هي  $C(-x, y)$  .

تطبيق:

$(O, I, J)$  معيّن متعامد بحيث  $OI = OJ$  ،

$A(2, 4)$  و  $B(2, -4)$  .

(1) بين أنّ  $A$  و  $B$  متناظرتان بالنسبة إلى  $(OI)$  .

(2)  $M(-2, 0)$  ،

بين أنّ  $MAB$  متقايس الضلعين .

تمرين منزلي:

$(O, I, J)$  معيّن متعامد بحيث  $OI = OJ$  ،

$A(5, 1)$  و  $B(-5, 1)$  .

(1) بين أنّ  $(OJ)$  هو الوسط العمودي لـ  $[AB]$  .

(2)  $M(0, 3)$  ،

بين أنّ  $MAB$  مثلث متقايس الضلعين .

9

تطبيق 2:

$(O, I, J)$  معيّن متعامد بحيث  $OI = OJ$  ،

$A(3, -2)$  و  $B(3, 2)$  .

(1) أ- بين أنّ  $(OI) \perp (AB)$  .

ب- استنتج أنّ  $(AB) \parallel (OJ)$  .

(2)  $C(-3, -2)$  .

أ- بين أنّ  $(OJ) \perp (AC)$  .

ب- استنتج أنّ  $(AB) \perp (AC)$  .

تمرين منزلي:

$(O, I, J)$  معيّن متعامد بحيث  $OI = OJ$  ،

$A(4, -2)$  و  $B(4, 2)$  .

(1) أ- بين أنّ  $(OI) \perp (AB)$  .

ب- استنتج أنّ  $(AB) \parallel (OI)$  .

(2)  $C(0, 4)$  و  $D(0, -4)$  .

أ- بين أنّ  $AD = BC$  .

ب- استنتج نوع الرباعي  $ABCD$  .

نشاط:

$(O, I, J)$  معيّن متعامد بحيث  $OI = OJ$  ،  
 $A(3, 2)$  .

(1) ابن  $B$  منظرّة  $A$  بالنسبة إلى  $O$  .

(2) قدّم إحداثيات  $B$  .

✍ نلاحظ أنّ نقطتان متناظرتان بالنسبة إلى أصل المعين هما متقابلتان في الفاصلة و الترتيبة.

قاعدة: إذا كانت  $A(x, y)$  في  $(O, I, J)$  معيّن متعامد فإنّ منظرتها بالنسبة إلى  $O$  هي  $B(-x, -y)$  .

تطبيق:

$(O, I, J)$  معيّن متعامد بحيث  $OI = OJ$  ،

$A(0, 3)$  ،  $B(3, 1)$  ،  $C(0, -3)$  و  $D(-1, -3)$  .

(1) أ- بين أنّ  $AB = CD$  .

ب- بين أنّ  $(AB) \parallel (CD)$  .

(2)  $(AB)$  يقطع  $(OI)$  في  $E$  و  $(CD)$  يقطع  $(OI)$  في  $F$  ،

أ- بين أنّ  $F$  هي منظرّة  $E$  بالنسبة إلى  $O$  .

ب- استنتج أنّ  $(OJ)$  المتوسط العمودي لـ  $[EF]$  .

ج- بين أنّ  $AEF$  مثلث متقايس الضلعين .

تمرين منزلي:

$(O, I, J)$  معيّن متعامد بحيث  $OI = OJ$  ،

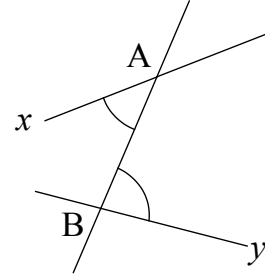
$A(3, 3)$  ،  $B(-1, 3)$  و  $C(-3, -3)$  .

(1) بين أنّ  $O$  منتصف  $[AC]$  .

(2) جد إحداثيات  $D$  بحيث  $ABCD$  متوازي أضلاع. علّل إجابتك.



## 1 الزوايا المتبادلة داخليًا

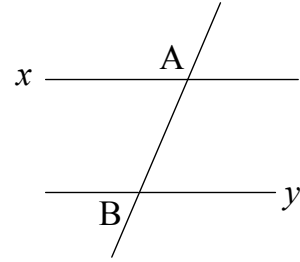


$x\hat{A}B$  و  $AB\hat{y}$  زاويتان متبادلتان داخليًا

**تقديم:** مستقيمان متقاطعان و قاطع لهما يحدّان زاويتان متبادلتان داخليًا غير متقايسيتين.

نشاط:

ليكن هذا الرّسم بحيث:  $(Ax) // (By)$ .



(1) ابن  $I$  منتصف  $[AB]$ .

(2) حدّد مناظري  $[Ax]$  و  $[AB]$  بالنسبة إلى  $I$ .

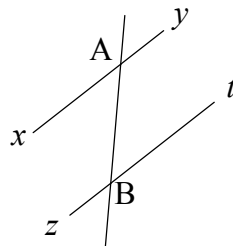
(3) قارن بين الزاويتين  $x\hat{A}B$  و  $AB\hat{y}$ .

**قاعدة:** مستقيمان متوازيان و قاطع لهما يحدّان زاويتين متبادلتين داخليًا متقايستان.

تطبيق: ت 10 ص 200: الرّسم

(1) جد  $x\hat{A}B$ .

(2) جد  $y\hat{A}C$ .



تمرين منزلي: ت 3 ص 194

يحدّد التلميذ العناصر الناقصة في الرّسم

تطبيق 2:

$ABCD$  متوازي أضلاع بحيث  $AB = 4\text{ cm}$  ،  $AD = 3\text{ cm}$  و  $\hat{DAB} = 50^\circ$  ،  
 $[Ax]$  بحيث  $\hat{BAx} = 180^\circ$  .

(1) أ- جد  $\hat{D\hat{A}x}$  .

ب- استنتج  $\hat{ADC}$  .

(2) منصّف  $\hat{xAD}$  يقطع  $(DC)$  في  $E$  .

أ- جد  $\hat{EAD}$  و  $\hat{EDA}$  .

ب- استنتج نوع المثلث  $EAD$  .

تمرين منزلي:

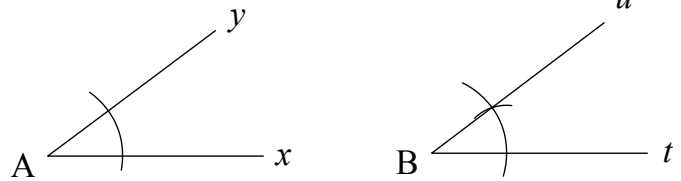
$ABC$  مثلث.

(1) ابن  $\Delta$  المستقيم المار من  $A$  و الموازي لـ  $(BC)$  ،

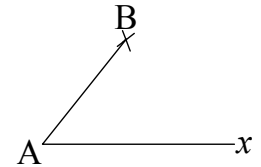
(2) منصّف  $\hat{ABC}$  يقطع  $\Delta$  في  $E$  ،

بيّن أنّ  $EAB$  مثلث متقايس الضلعين.

\* بناء زاوية مقياسة لزاوية أخرى:



نشاط:



ابن  $[By]$  بحيث  $\hat{ABy}$  متبادلة داخليًا و مقياسة لـ  $\hat{BAx}$  .

نلاحظ أنّ  $(By) \parallel (Ax)$  .

الخاصية العكسية: إذا كان مستقيمان و قاطع لهما يحدّدان زاويتين متبادلتين داخليًا و متقايستين فإنّ المستقيمان متوازيان.

تطبيق: ت 6 ص 200

تمرين منزلي:

$ABC$  مثلث بحيث  $BC = 4cm$  ،  $\hat{A}BC = 60^\circ$  و  $\hat{A}CB = 40^\circ$  ،

(1) جد  $\hat{B}AC$  .

(2)  $D$  بحيث  $ABCD$  متوازي أضلاع،

جد  $\hat{A}CD$  .

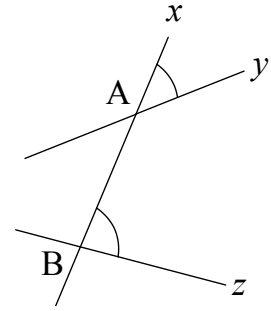
(3)  $(Ax)$  منصف  $\hat{B}AC$  و  $(Cy)$  منصف  $\hat{A}CD$  ،

بين أن  $(Ax) \parallel (Cy)$  .

4

## 2 الزوايا المتماثلة

**تقديم:**

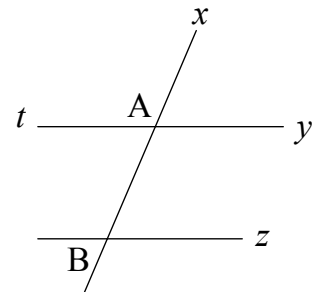


$\hat{x}AB$  و  $\hat{A}Bz$  زاويتان متماثلتان

**ملاحظة:** مستقيمان متقاطعان و قاطع يحددان زاويتين متماثلتين غير متقابلتين.

**نشاط:**

ليكن هذا الرسم بحيث:  $(ty) \parallel (Bz)$  .



(1) قارن بين  $\hat{x}Ay$  و  $\hat{t}AB$  .

(2) قارن بين  $\hat{t}AB$  و  $\hat{A}Bz$  .

(3) استنتج مقارنة بين  $\hat{x}Ay$  و  $\hat{A}Bz$  .

**قاعدة:** مستقيمان متوازيان و قاطع لهما يحدّان زاويتين متبادلتين داخليًا و متقايستين.

تطبيق: ت 10 ص 200

(1) جد  $\hat{tAy}$ .

(2) جد  $\hat{zAx}$ .

تمرين منزلي: (+ ت 5 ص 199 )

$ABC$  مثلث متقايس الضلعين في  $A$  بحيث:  $BC = 4\text{ cm}$  و  $\hat{ABC} = 50^\circ$  ،

$D$  بحيث  $ABCD$  متوازي أضلاع،

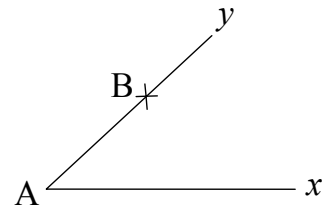
و  $\hat{BAx} = 180^\circ$  بحيث  $[Ax)$

(1) جد  $\hat{xAD}$ .

(2) بين أنّ  $[AD)$  منصف  $\hat{xAC}$ .

— 5 —

نشاط:



ابن  $yBt$  مماثلة و مقايسة لـ  $\hat{BAx}$ .

✎ نلاحظ أنّ  $(By) \parallel (Ax)$ .

**الخاصية العكسية:** كلّ زاويتين متماثلتين و متقايستين هما زاويتان ناتجتان عن مستقيمين متوازيين و قاطع لهما.

تطبيق: ت 1 ص 195: الرّسم

(1) جد  $\hat{ACB}$  و  $\hat{IKJ}$ .

(2) استنتج أنّ  $(AC) \parallel (IK)$ .

تمرين منزلي: (+ ت 2 ص 195 )

$ABC$  مثلث متقايس الضلعين في  $A$  بحيث  $BC = 4\text{ cm}$  و  $\hat{ABC} = 50^\circ$  ،

$[Ax)$  بحيث  $\hat{BAx} = 180^\circ$

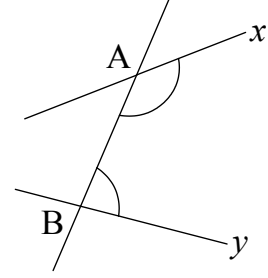
(1) جد  $\hat{xAC}$ .

(2)  $[Ay)$  منصف  $\hat{xAC}$  ،

بين أنّ  $(Ay) \parallel (BC)$ .

### 3 الزوايا الداخليّة من نفس الجهة

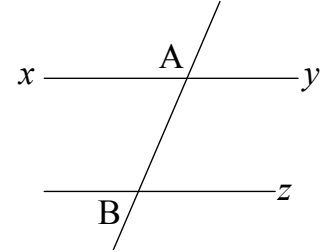
تقديم:



$x\hat{A}B$  و  $AB\hat{y}$  زاويتان داخليّتان من نفس الجهة.

نشاط:

ليكن هذا الرّسم بحيث:  $(xy) \parallel (Bz)$ .



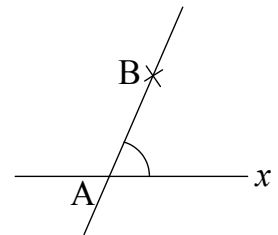
- (1) حدّد نوع الزّاويتين  $x\hat{A}B$  و  $y\hat{A}B$ .
- (2) قارن بين الزّاويتين  $x\hat{A}B$  و  $AB\hat{z}$ .
- (3) استنتج نوع الزّاويتين  $y\hat{A}B$  و  $AB\hat{z}$ .

**قاعدة:** مستقيمان متوازيان و قاطع لهما يحدّدان زاويتين داخليّتين من نفس الجهة متكاملتان.

**ملاحظة:** مستقيمان متقاطعان و قاطع لهما يحدّدان زاويتين داخليّتين من نفس الجهة غير متكاملتين.

تطبيق: ت 1 ص 192: أ

نشاط:



ابن  $AB\hat{t}$  داخليّة من نفس الجهة و مكملّة لـ  $BA\hat{x}$ .

✎ يلاحظ التّلميز أنّ  $(By) \parallel (Ax)$ ، ثمّ يستنتج الخاصيّة العكسيّة.

الخاصية العكسية: كل زاويتين داخليتين من نفس الجهة و متكاملتين هما زاويتان ناتجتان عن مستقيمين متوازيين و قاطع لهما.

تطبيق: ت 20 ص 202: ج

تمرين منزلي:

$ABCD$  متوازي أضلاع بحيث  $AB = 4 \text{ cm}$  ،  $AD = 3 \text{ cm}$  و  $\hat{BAD} = 50^\circ$  .

(1) احسب  $\hat{ADC}$  .

(2) منصف  $\hat{ADC}$  يقطع  $[AB]$  في  $E$  ، جد  $\hat{DEB}$  .

الأستاذ مكرم الطرابلسي  
المتفوقون في الرياضيات  
(groupe Facebook)

